

2006 年度夏学期「数学 IB」追試験 (植野義明)

2006 年 11 月 1 日 (水)9:00-10:30, 理科 1 類 1 組~5 組, 9 組~12 組  
持ち込み不可。解答用紙は両面 1 枚。計算用紙は 1 枚。

解答上の注意 すべての問題について、解答の過程を示せ。空欄のある問題については、空欄に当て嵌まる数または式を答えよ。

1 以下の問に答えよ。

(a) ピタゴラスは五角数  $P_n$  というものを研究した。 $P_1 = 1, P_2 = 5, P_3 = 12$  である。2 次の補間多項式を用いると、 $P_n$  は  $n$  を用いて  $\boxed{1)}$  と表わされる。もしこれが正しければ、 $P_4 = \boxed{2)}$  である。

(b)  $(2+i) \times (3+i) = \boxed{3)}$  である。これより、 $\boxed{4)} = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{\boxed{5)}$  (Euler の公式, 1737) が分かる。これを利用して  $\pi$  の近似値を求めるには、ベキ級数展開  $\arctan x = \boxed{6)}$  を用いるとよい。

(c)  $y = e^x \cos x$  の  $n$  階導関数を求めよ。

2  $t > 0$  とする。 $x$  軸上の点  $A(2t, 0)$  と  $y$  軸上の点  $B(0, 2/t)$  がある。

(a) 線分  $AB$  の長さは  $t = \boxed{7)}$  のとき最小となり、最小値は  $\boxed{8)}$  である。

(b) 直線  $AB$  の包絡線の方程式を求めよ。

3  $y$  軸上の点  $(0, a)$  から放物線  $y = x^2$  上の点  $P(x, y)$  までの距離の最小値とそのときの点  $P$  の座標を求めよ。ただし、 $a > 0$  とする。

4 関数  $f(x) = x^2 + 2 \cos x$  は  $x = \boxed{9)}$  で極小値  $\boxed{10)}$  をとる。

5  $y = e^{-x^2} = \exp(-x^2)$  のグラフについて、以下の問に答えよ。

(a) 変曲点の座標を求めよ。

(b) グラフと  $x$  軸とで挟まれた、 $x$  座標が  $x$  から  $x + \Delta x$  までの部分を  $y$  軸のまわりに回転してできる回転体の体積を ( $\Delta x$  について 2 次以上の項は無視して) 求めよ。ただし、 $x > 0, \Delta x > 0$  とする。

(c) グラフと  $x$  軸とで挟まれた、 $0 \leq x \leq r$  の部分を  $y$  軸のまわりに回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ。

(d)  $r \rightarrow \infty$  のとき、 $V \rightarrow \boxed{11)}$  である。