

1. (1) つぎの行列 A の階数 rank を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

- (2) 連立一次方程式

$$A^t(x, y, z, v, w) = {}^t(1, 1, 1, 3)$$

を解け。

2. つぎの 4 次正方行列の逆行列をもとめよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

3. つぎの置換の偶奇を判定せよ。

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

4. つぎの二つの行列式を計算せよ。

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. n 次以下の実係数 1 変数多項式 $f(x)$ 全体がなすベクトル空間を V とし、 $f(-x) = f(x)$ をみたす V の元全体を V_+ 、 $f(-x) = -f(x)$ をみたすものを V_- と書く。

- (1) V_+, V_- はいずれも V の部分ベクトル空間であることを示せ。
- (2) $V_+ + V_- = V, \quad V_+ \cap V_- = \{0\}$ を示せ。
- (3) V_+, V_- それぞれの次元と、基底とを求めよ。